

УДК 533.98

## УЧЕТ ВРЕМЕННОГО ФАКТОРА ПРИ ОПИСАНИИ СВОЙСТВ ФРАКТАЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

*Л. Д. Бычков, Б. П. Невзоров, Ю. А. Фадеев*

## ACCOUNTABILITY OF THE TEMPORAL FACTOR IN DESCRIBING FRACTAL OBJECTS FEATURES

*L. D. Bychkov, B. P. Nevzorov, Yu. A. Fadeev*

В статье на основе анализа многочисленных экспериментальных фактов устанавливается особенность мультифракталов. Приводятся примеры применения фрактальной геометрии при изучении свойств искусственных и природных объектов с учетом их самоподобия. Рассматриваются условия нахождения фрактальной размерности в зависимости от временного масштаба.

The paper bases on numerous experimental factors to establish the peculiarity of multifractals. The authors provide some example of using fractal geometry in researching the features of artificial and natural objects with consideration of their self-similarity. The paper reveals the conditions of fractal dimension determination depending on the temporal scale.

**Ключевые слова:** фрактал, фрактальная размерность, самоподобие, электрический пробой.

**Keywords:** fractal, fractal dimension, self-similarity, voltage failure.

Многочисленные исследования разнообразных физических процессов указывают на то, что изучаемые системы и объекты в большинстве случаев сложны и нерегулярны. В силу этих обстоятельств традиционное использование классической геометрии становится весьма ограничено. Последние десятилетия прошлого века ознаменовались рождением термина «фрактал» и возникновением фрактальной геометрии. Её применение при описании различных явлений и процессов связано с именем французского математика Бенуа Мандельброта. Благодаря его идеям, изложенным в книге «The Fractal Geometry of Nature», стало возможным описать представления различных детерминированных динамических систем [4]. В настоящее время фрактальное мировоззрение получило дальнейшее развитие в самых различных областях науки от экономики до физики плазмы [1; 6].

Как известно, одной из важнейших характеристик изучаемого фрактала является его размерность  $D$ , и потому первоочередной задачей в теории фракталов является определение величины  $D$  [7]. В данной работе рассматривается вопрос определения фрактальных размерностей объектов с учетом временного фактора. Существуют необратимые процессы, происходящие при росте фрактальных природных объектов. Их возникновение и развитие, как правило, ограничено во времени и пространстве. Возникая и развиваясь, фракталы достигают определенного размера, после которого рост прекращается и наступает деградация. В качестве таких объектов можно рассматривать дендримеры [7].

Проведенные многочисленные наблюдения показывают, что фрактальные образования в природе непрерывно изменяются как в пространстве, так и во времени. Учет временного отрезка, в течение которого рассматривается формирование и рост фрактала, необходим для определения момента, когда происходит изменение фрактальной размерности изу-

чаемого объекта. В качестве иллюстрации к изложенному можно привести пример фрактальной модели волатильности котировок цены Евро/Доллар с учетом временного масштаба на валютном рынке (рис. 1).

Как видно из представленных результатов, имея разный масштаб времени ( $A$  – 15 мин масштаб,  $B$  – недельный масштаб цен) котировки не повторяют друг друга, но их можно считать подобными [1].

Мгновенная регистрация фрактала в наиболее простых случаях позволяет сопоставлять его с геометрической моделью. Отличительной особенностью линейных геометрических фракталов является их самоподобность, которая непосредственно связана с размерностью. Для мультифрактала такая связь нарушается.

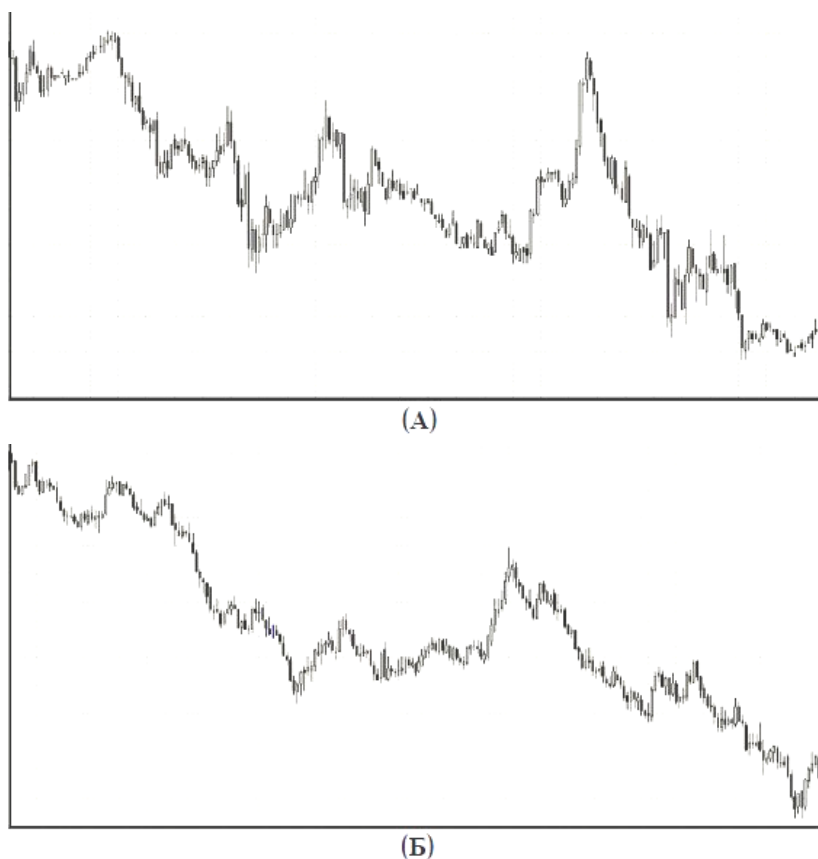


Рис. 1. Волатильность котировок цены на валютном рынке

Рассмотрим конфигурацию фрактала, полученного при регистрации каналов электрического разряда, прошедшего через фотопленку. На основании полученных экспериментальных данных можно прийти к выводу о том, что геометрическое самоподобие в этом случае нарушается. Электрический пробой возникает, когда на небольшой участок образца, расположенный на некотором удалении от электродов, подается высокое напряжение, приводящее к электрическому пробую. В этом случае регистрируются мгновенные плазменные структуры в фотоэмульсии. Зарегистрированный электрический разряд представлен на рис. 2.

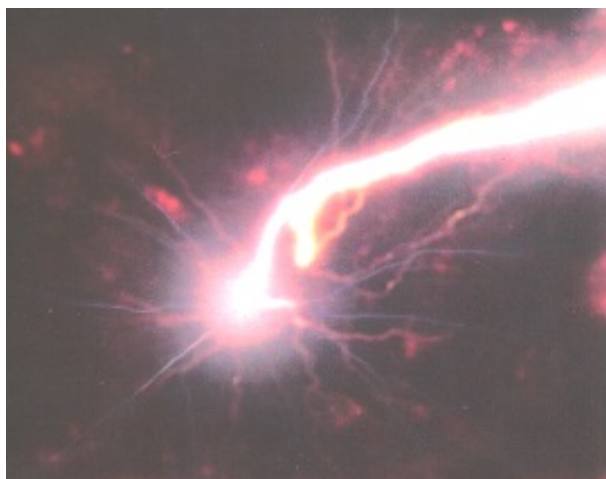


Рис. 2. Фотография стримерного канала и скользящих разрядов по поверхности диэлектрика

Ток в стримерном канале может возрасти настолько, что происходит термическая ионизация. Возникающий ионизирующий канал в случае превышения нормальной составляющей напряженности электрического поля над тангенсальной приводит к возникновению скользящего разряда, который регистрируется на фотопленке в виде тонких светящихся кривых. На рис. 3 представлен фрактал скользящего заряда.

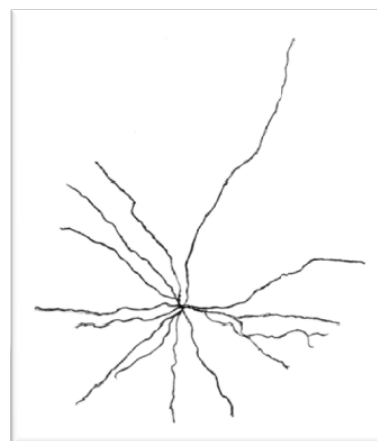


Рис. 3. Изображение фрактала скользящего заряда

Размерность такого фрактала определялась экспериментальным методом. Суть метода состояла в том, что строилась дилитарифмическая зависимость логарифма радиуса окружности с центром в точке рождения фрактала от логарифма суммы длин кривых, входящих во фрактал. Пространственный масштаб выби-

рался заранее. Угловым коэффициентом наклона прямой определял фрактальную размерность (рис. 4).

В нашем случае  $D = 1,92 \pm 0,03$ , что практически совпадает со значением фрактальной размерности стримеров, полученных в работе [5] ( $D = 2,16 \pm 0,05$ ).

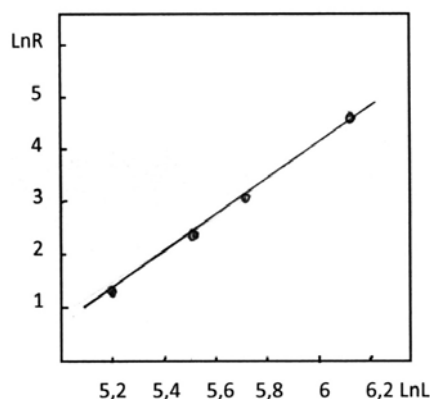


Рис. 4. Дилогарифмическая зависимость

Рассмотрим затухание электрического разряда на поверхности диэлектрика. В тривиальном случае затухание электромагнитной волны будет протекать по экспоненциальному закону  $e^{-\delta t}$ , где  $\delta$  – коэффициент затухания,  $t$  – время. Кривая, отражающая скользящий разряд, определяется произведением числа шагов  $N(\chi)$  на заранее выбранный масштаб  $\chi$ . Линейная зависимость между  $\ln N$  и  $\ln 1/\chi$  соблюдается как для кривых, так и для фрактала, представленного на рис. 3. Эта зависимость определяется выражением  $N = C\chi^{-D}$ , где постоянный множитель включает коэффициент  $\delta t$ . Отсюда следует, что длина кривой будет зависеть как от коэффициента затухания  $\delta$ , так и от времени распространения скользящего разряда  $t$ .

В литературе неоднократно указывалась на то, что конфигурация электрического пробоя может быть рассмотрена как фрактальный разветвленный объект [5]. Существуют разнообразные методы определения фрактальных размерностей при анализе структур, обладающих свойством самоподобия. В частности, в работе [3] рассматривались самоассоциаты молекул с водородными связями в виде надмолекулярных образований с фрактальными свойствами. Фрагмент такого фрактала, созданного молекулами 2-оксиметил-олфенола, представлен на рис. 5 [3].

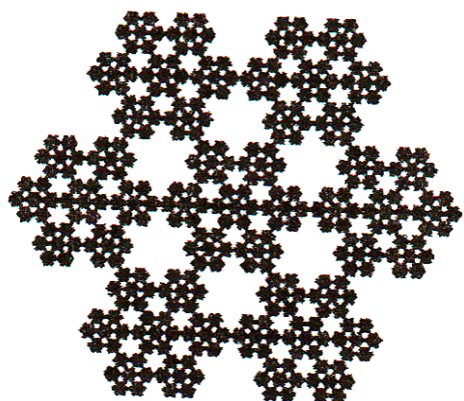


Рис. 5. Фрагмент фрактала самоассоциатов

Как показали расчеты, выполненные в [3], фрактальная размерность  $D$  молекулярного ассоциата составляла 1,77.

Статические фракталы могут быть сопоставлены с различными геометрическими моделями. Существуют разнообразные наглядные методы по определению фрактальных размерностей различных геометрических моделей. Поскольку реальные физические объекты динамичны в своем развитии, то они не могут характеризоваться только одним значением фрактальной размерности  $D$ . В этом случае возникают пространственно-временные фракталы, у которых коэффициенты подобия в масштабах пространства и времени могут различаться.

В частности, возникновение и затухание электрического разряда во времени можно представить в виде фрактального объекта с непрерывно меняющейся величиной  $D$ . В этом случае весь процесс возникновения и затухания пробоя отображается суперпозицией монофракталов. В результате такая совокупность чередующихся монофракталов создает спектр, который представляет собой мультифрактал.

Авторы работы [2], проводя анализ результатов регистрации электрических пробоев в диэлектриках, приходят к выводу о том, что фрактальная размерность стримеров зависит от вида распределения вероятности, который определяется физическими свойствами диэлектрика, и потому фрактальная размерность является числовой характеристикой данного исследуемого процесса.

Результаты работы [3] показали, что образование водородной связи между молекулами приводит к возникновению кластеров, обладающих фрактальными свойствами. Поскольку молекулярный кластер представляет собой динамический фрактальный объект, то его фрактальная размерность будет заключена в некотором диапазоне. Можно предположить, что в перспективе будет решена задача по разработке методов создания кластеров с заданными фрактальными свойствами с определенным спектром значений фрактальной размерности. Иллюстрацией к изложенному являются результаты работы [7], в которой приводятся структуры синтезированных дендритоподобных молекул. Возникновение дендритных молекулярных структур с фрактальными свойствами, по утверждению автора [7], позволяет сделать вывод о том, что в области материаловедения стало возможным создавать фрактальные супермолекулы.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что мультифрактальные объекты можно сравнивать по фрактальной размерности с учетом времени их существования. В этом случае фрактальная размерность будет определяться по совокупности дилогарифмических зависимостей, у которых угловым коэффициентом будет понижаться по мере деградации фрактала во времени.

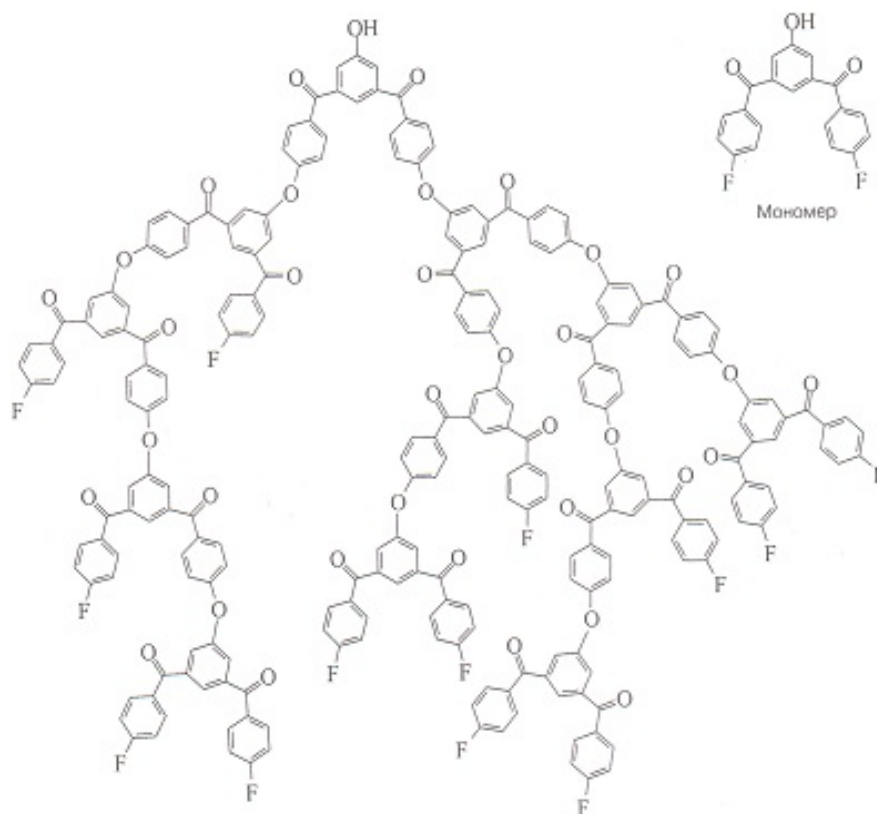


Рис. 6. Дендритная форма полиарильных эфиров [7]

#### Литература

1. Алмазов А. Фрактальная теория. Как поменять взгляд на рынки. 2009. 209 с. Режим доступа: <http://natali-forex.com/almazov10.html>
2. Висман Г., Пьетронеро Л. Свойства лапласовских фракталов при пробое диэлектриков в двух и трех измерениях // Фракталы в физике: труды IX Международного симпозиума по фракталам в физике. М.: Мир, 1988. С. 210 – 220.
3. Даурцева Н. А., Невзоров Б. П., Салтанова Е. В., Фадеев Ю. А. Проявление кооперативного эффекта в молекулярных двумерных кристаллах с водородными связями // Вестник КемГУ. 2011. № 1. С. 151 – 155.
4. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Изд-во Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
5. Попов Н. А. Исследование пространственной структуры ветвящихся стримерных каналов коронного разряда // Физика плазмы. 2002. Т. 28. № 7. С. 664 – 672.
6. Смирнов Б. М. Наблюдательные свойства шаровой молнии // УФН. 1992. Т. 162. № 8. С. 43 – 81.
7. Третьяков Ю. Д. Дендриты, фракталы и материалы // Соровский образовательный журнал. 1998. № 11. С. 96 – 102.

#### Информация об авторах:

**Бычков Лев Дмитриевич** – соискатель НИУ ВШЭ (г. Москва), Департамент компьютерной инженерии, [buchkov.lev@mail.ru](mailto:buchkov.lev@mail.ru).

**Lev D. Buchkov** – post-graduate student at the Department of Computer Engineering, National Research Higher School of Economics (Moscow).

**Невзоров Борис Павлович** – доктор педагогических наук, профессор кафедры генетики КемГУ, [nevzorov@kemsu.ru](mailto:nevzorov@kemsu.ru).

**Boris P. Nevzorov** – Doctor of Pedagogy, Professor at the Department of Genetics, Kemerovo State University.

**Фадеев Юрий Александрович** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики КузГТУ, 8(384-2)39-63-18, [uaf49@yandex.ru](mailto:uaf49@yandex.ru).

**Yury A. Fadeev** – Doctor of Physics and Mathematics, Professor at the Department of Mathematics, Kuzbass State Technical University named after T. F. Gorbachev.

Статья поступила в редколлегию 30.01.2015 г.