

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ В СИСТЕМЕ РАБОТЫ С ОБУЧАЮЩИМИСЯ 8 КЛАССА

В. Ю. Сафонова

NON-STANDARD MATHEMATICAL PROBLEMS IN THE SYSTEM OF TEACHING 8TH-GRADE STUDENTS

V. Yu. Safonova

Наиболее важным элементом всей системы работы с обучающимися интересующимися математикой являются нестандартные задачи. Поэтому ключевой проблемой методики работы с детьми является проблема организации соответствующей системы упражнений. Один из возможных способов ее решения предлагается в данной статье.

In past 10 years, the main work with students was concentrated at preparing for the exams while the problems related to working with talented students took a back seat within the methods of teaching mathematics. Sustained interest in mathematics begins to form at the age of 14-15 years old. Therefore, a whole range of measures to improve the quality of mathematical preparation of students is needed. In this regard, extra-curricular work in mathematics, when interest in the subject is generated, is of particular importance. These define the urgency of the problem of creating elective courses for 8th-gradestudents.

Ключевые слова: нестандартные задачи, элективный курс, Я. И. Перельман.

Keywords: non-standard problems, extra-curricular course, Ya. I. Perelman.

В последнее десятилетие основная работа с обучающимися направлена на подготовку к экзаменам. При этом проблемы, относящиеся к работе с талантливыми учениками, отошли на второй план методики преподавания математики. Устойчивый интерес к математике начинает формироваться в 14 – 15 лет. Поэтому необходим целый комплекс мер по улучшению качества математической подготовки учащихся. В этой связи дополнительная работа по математике, когда формируется интерес к предмету, приобретает особую значимость. Сказанным определяется актуальность проблемы создания элективных курсов для обучающихся в 8-м классе.

Исторический опыт подтверждает, что начинать работу по формированию интереса к математике с детьми надо как можно раньше. Более того, при правильном развитии ученого-математика наиболее крупные открытия зачастую делаются в весьма молодом возрасте. «...способные математики, как правило, начинают самостоятельные научные исследования очень рано. Если математические открытия, сделанные в 16 – или 17-летнем возрасте, являются все же исключениями, собираемыми с особенной тщательностью в популярных книжках по истории математики, то начало серьезной научной работы в 19 – 20 лет на средних курсах университетов достаточно типично для биографий наших ученых» [2, с. 16].

В основе отбора содержания и методов работы с талантливыми школьниками, оказывающих наибольшее влияние на формирование интереса учащихся к предмету, лежат общие дидактические принципы – принципы научности и доступности, принципы сознательности, активности и самостоятельности, принципы систематичности и последовательности, принцип наглядности, принцип прочности знаний и т. д. Вместе с тем очевидно, что конкретизация этих принципов в применении к работе с талантливыми детьми должна осуществляться с учетом ее специфики и целей. Выделим дополнительно две такие группы.

Одну из них составляют два принципа отбора содержания, которые мы условно назвали «принципом повышенной трудности» и «принципом яркости». Реализация первого из них предполагает наличие связи содержания элективного курса с программным материалом, учет индивидуальных и возрастных особенностей учащихся (поэтому необходимы разнообразие тематики учебных материалов, широта спектра трудности задач, содержательность и информативность учебных материалов).

Под принципом яркости имеется ввиду система требований к содержанию, определяющих его привлекательность с точки зрения обучающихся. Это нестандартность фактов и идей, занимательность рассматриваемых сюжетов, наглядность изложения (в том числе широкое привлечение моделей, примеров из реальной жизни), разнообразий привлекаемых идей.

Вторую группу принципов образует система требований к организации элективного курса, методам его ведения. Один из них – принцип, который естественно назвать «принципом самостоятельности» заключает в себе требование ориентации занятий на самостоятельную работу обучающихся. Они должны сами находить решения задач, активно дискутировать, готовить самостоятельно сообщения, знакомиться с литературой, проявлять инициативу.

Другой принцип – «принцип системности». Он содержит в себе требование сочетания добровольности выбора элективного курса, с четкой организацией его работы.

Содержание элективного курса для учащихся 8 класса.

Тема 1. Метод перебора. 14 часов.

Перебор. Полный перебор. Полный перебор по правилу «крайнего». Полный перебор «с возвратом». Графическое представление полного перебора. Полный перебор «от конца к началу». Ограничение полного перебора. Выделение области поиска решения. Сокращение перебора, исходя из соображений симметрии.

Сокращение перебора путем отсека невозможных решений.

Темы сообщений. О юных математиках. Из истории комбинаторики и ее приложений. Магические квадраты. О теории игр.

Тема 2. Арифметические методы решения задач. 14 часов.

Арифметические задачи на простой счет. Сравнение двух условий вычитанием. Среднее арифметическое. Совмещение событий по времени. Решение задач «от конца к началу» Задачи на движение. Задачи на сравнение. Прием «предположения». Перераспределение.

Темы сообщений. Л. Н. Толстой – учитель арифметики. Л. Ф. Магницкий и его арифметика. Пифагор Самосский. Математика в Древней Руси. Как измерять и считать время.

Тема 3. Метод «соответствия». 7 часов.

Принцип Дирихле. Отношение порядка. «Кто есть кто».

Темы сообщений. Гипатия Александрийская. Из истории математической логики.

Тема 4. Алгебраические методы решения задач. 14 часов.

Уравнения в целых числах. Деление с остатком. Десятичная запись числа. Задачи на отгадывание чисел. Задачи на доказательство. Задачи, решение которых сводится к решению уравнения в целых числах. Числовые ребусы. Признаки делимости.

Темы сообщений. Я. И. Перельман. Числа и цифры.

Задачи для занятия можно брать из [4 – 6].

В качестве примера рассмотрим подробнее занятие на тему «Десятичная запись числа». Выбор объясняется тем, что это занятие отличается от традиционных занятий. Мы его посвятили жизни и творчеству Я. И. Перельмана. Яков Исидорович прожил удивительную жизнь и познакомить с ней учеников не только полезно, но и поучительно. Предлагаемое занятие основано на работах Я. И. Перельмана, вышедших при его жизни в серии ДЗН (Дом занимательной Науки). Занятие предлагается проводить в несколько необычной форме: по мере сообщения фактов биографии предлагаются задачи.

Содержание занятия

В марте 1917 г. жители Петрограда были встревожены таинственными знаками, появившимися неизвестно как во многих домах на черных лестницах у дверей квартир. Это были зловещие кресты и восклицательные знаки. Возникли панические слухи о шайках разбойников, отмечающих очередность своих жертв. Комиссар Временного правительства официально в печати заявляет, что по произведенному дознанию знаки ставят провокаторы и германские шпионы, коих следует задерживать и препровождать. Но всех успокаивает Я. И. Перельман маленькой заметкой в газете.

Оказывается, знаки эти, появившиеся лишь исключительно на черных лестницах, являются номерами квартир. Это дворники-китайцы, а их было много в то время, пользовались не арабскими или римскими циф-

рами, а своими, им известными арифметическими знаками. Кресты означали десятки, а палочки – единицы.

Сейчас мы используем десятичную запись числа. Например, число 3245 можно записать в виде: $3245 = 3000 + 200 + 40 + 5$.

Задача 1. Попросите товарища задумать какое-нибудь число из четырех цифр и проделать следующее: первую цифру умножить на 2, к результату прибавить 5, сумму умножить на 5, к полученному прибавить 10, к сумме прибавить вторую цифру задуманного числа, полученное умножить на 10, к результату прибавить третью цифру задуманного числа, сумму умножить на 10, к полученному прибавить четвертую цифру. Конечный итог товарищ сообщает вам, и вы называете ему задуманное число. Как можете вы это сделать?

Яков Исидорович Перельман родился 22 ноября 1882 года в Белостоке Гродненской области. Отец его был счетоводом, а мать – учительницей народной школы. На первом году жизни он лишился отца, и поэтому с 14 лет вынужден был заниматься репетиторством, чтобы материально помочь семье. Еще на школьной скамье Перельман проявил недюжинные способности. Никто из его сверстников не мог соревноваться с ним в решении головоломных задач, он всегда был первым.

Реальное училище не давало права поступления в университет, о котором Перельман мечтал с детства. К тому же материальное положение было трудным. Только в 1904 г. Перельман поступил в Петербургский Лесной институт.

Свою жизнь Я. И. Перельман посвятил составлению занимательных книг по математике, физике, астрономии, пропаганде идей Циолковского. На этом поприще он получил широкую известность не только в нашей стране, но и за рубежом.

Книги Перельмана почти единственные, где указывался адрес не издательства, а автора: «Ленинград, 136, Плуталова улица, 2, кв. 12». По этому адресу писали тысячи людей: школьники и академики, моряки и рабочие, бухгалтеры и математики. Перельман ценил крепкие связи, которые соединяли его с читателем. Он считал, что популяризатор должен прежде всего заботиться о том, чтобы его читатели заинтересовались, научились думать самостоятельно, знали факты, чтобы не было верхоглядства. Для решения задач Я. И. Перельмана не требовалось знаний, выходящих за рамки школьной программы, но надо было «вполне сознательное владение» ими [7, с. 201 – 205].

Задача 2. Из 60 депутатов желают составить 7 комиссий так, чтобы в каждой было нечетное число членов. Сколькими способами можно это сделать?

Задача 3. Верно ли, что произведение любых двух последовательных четных чисел делится без остатка на 8?

В 1935 г. по инициативе Я. И. Перельмана был создан «Ленинградский Дом занимательной науки». В огромном Шереметьевском дворце на Фонтанке сотни ленинградских школьников с увлечением занимались конструированием машин, решали интересные головоломки. «Дом» стал издательством, выпускавшим «занимательные» книги, доступные по содержанию и цене детям самых разных возрастов.

В числе прочих отделов «Дома занимательной науки» работал отдел занимательной математики. Один из экспонатов этого отдела давал представление о том,

как велик миллион. Вот его описание. Ряд зубчатых колес подобран и сцеплен в этом приборе так, что, когда рукоятку поворачивают 10 раз, стрелка первого циферблата делает один оборот. Когда рукоятка повернется 100 раз, стрелка этого циферблата обойдет круг 10 раз, и одновременно стрелка соседнего, второго циферблата сделает один оборот. Чтобы заставить стрелку следующего, третьего циферблата обернуться один раз, надо сделать рукояткой прибора 1000 оборотов. После 10000 оборотов рукоятки обернется один раз стрелка четвертого циферблата и т. д., наконец, после 1000000 оборотов рукоятки обернется однажды последняя, шестая стрелка. Для того, чтобы добраться до шестого нуля, надо вертеть ручку прибора без отдыха и остановок в течение одиннадцати суток (считая по одному обороту в секунду) [3, с. 82].

Своеобразными экспонатами являлись арифметические ребусы.

Задача 4. Расшифровать равенство: $xx + xxx = xxxx$, если известно, что оба слагаемых и сумма не изменятся, если все эти три числа прочитать справа налево.

Яков Исидорович был настоящим патриотом. Когда началась Великая Отечественная война, он отказался эвакуироваться из Ленинграда и вместе со всеми ленинградцами переносил ужасы блокады. В первые же дни войны на фронте погиб его единственный сын Михаил. От голода вскоре скончалась жена – врач. Но сам он в холодной, почти не отапливаемой квартире, укрытый всем теплым, что у него было, продолжал сидеть за рабочим столом, готовя новые книги. Весной 1942 г. Я. И. Перельман умер от истощения в блокадном Ленинграде.

Но живы книги Перельмана, живы его традиции. И сейчас книги продолжают переиздаваться.

Вот еще задачи из книг Перельмана.

Задача 5. Собирателю редкостей сообщили, что в Риме при раскопках найдена монета с надписью на латыни: 53-й год до Рождества Христова. «Монета, конечно, поддельная», – ответил собиратель. Как мог он узнать это, не видя самой монеты, ни даже ее изображения?

Задача 6. Мальчик с завязанными глазами безошибочно угадывает в какой руке у вас гривенник (монета достоинством в 10 копеек). Делает он это так.

«Возьмите, – говорит он вам, – в одну руку гривенник, а в другую монету в 3 копейки».

Когда вы это сделали, он продолжает: «Удвойте мысленно то, что у вас в правой руке, и утройте то, что в левой». Вы исполняете его просьбу, тогда он просит вас сложить оба числа и спрашивает, получилось ли четное или нечетное число. «Четное», – отвечаете вы,

например. «Гривенник в левой руке», – тотчас же объявляет он. И всегда угадывает безошибочно. Почему?

Дополнительные задачи

1. Запишите произвольное трехзначное число. Вычитайте из него число, записанное теми же цифрами, но идущими в обратном порядке. Докажите, что полученный результат делится на 99.

2. К числу справа приписали 6, и оно увеличилось в 13 раз. Какое это число?

3. К числу справа приписали 36, и оно увеличилось в 103 раза. Какое это число?

4. К трехзначному числу слева приписали 3, и оно увеличилось в 9 раз. Какое это число?

5. У трехзначного числа переставили первую цифру в конец числа, и оно стало на 441 меньше. Какое это число? [1, с. 25 – 26].

Решения задач

1. Чтобы найти задуманное число, надо от конечного итога вычесть 3500.

Если цифры задуманного числа: a, b, c, d , то $((2a + 5)b + 10 + c)10 + d = 1000a + 100b + d + 3500$.

2. Нельзя этого сделать, так как четное число 60 не может быть суммой нечетного числа нечетных слагаемых.

3. В натуральном ряду чисел каждое второе делится без остатка на два, а каждое четвертое без остатка на четыре. Следовательно, произведение таких чисел должно делиться на восемь.

4. Из условия обращаемости чисел имеем: $aa + bcb = deed$, получаем: $22 + 979 = 1001$.

5. Чеканя монету до Рождества Христова, римляне не могли знать, что через 53 года родился Христос.

6. Четное число при умножении на 2 или на 3 дает тоже четное число. Нечетное при умножении на 2 становится четным, при умножении на 3 остается нечетным. Тогда, 10 копеек при умножении и на 2, и на 3 дает четное число. Три копейки дают четное число при умножении на 2. При сложении четного числа с четным получим четное, а складывая четное и нечетное, получим нечетное число. Поэтому, если сумма четная, значит, три копейки были удвоены, то есть находились в правой руке. Если сумма была нечетная, то три копейки были утроены, то есть находились в левой руке.

Дополнительные задачи

1. Данное число $100a + 10b + c$, записали в обратном порядке:

$100c + 10b + a$, разность $99a - 99c = 99(a - c)$.

2. Ответ: 2:3. Ответ: 12:4. Ответ: 375:5. Ответ: 506, 617, 728, 839, 950.

Литература

1. Задачи для внеклассной работы по математике в 5 – 6 классах: пособие для учителей / сост. В. Ю. Сафонова; под ред. Д. Б. Фукса, А. Л. Гавронского. М.: МИРОС, 1993. 72 с.
2. Колмогоров А. Н. О профессии математика. М.: Советская наука, 1952. 23 с.
3. Ленгауэр Г. Зал математических развлечений в Доме занимательной науки. Математика в школе. 1940. № 6. С. 56 – 60.
4. Перельман Я. И. Для юных математиков. Л.: Начатки знаний, 1925. 129 с.
5. Перельман Я. И. Живая математика. Л.-М.: ГТТИ, 1934. 208 с.
6. Перельман Я. И. Сильны ли вы в арифметике. Л.: ДЗН, 1941. 21 с.
7. Разгон Л. Э. Живой голос науки: Литературные портреты. М.: Детская литература, 1975. С. 201 – 240.

Информация об авторе:

Сафонова Вера Юрьевна – кандидат педагогических наук, доцент, доцент кафедры фундаментальной математики КемГУ, verasafo@mail.ru.

Vera Yu. Safonova – Candidate of Pedagogics, Associate Professor, Assistant Professor at the Department of Fundamental Mathematics, Kemerovo State University.

Статья поступила в редколлегию 21.09.2015 г.